Universidade Regional de Blumenau
Centro de Ciências Exatas e Naturais
Departamento de Sistemas e Computação

Lista de exercícios 4:
Lógica de Predicados

1. Formalize os seguintes enunciados interpretando as constantes b e c como os nomes "Bob" e "Cathy"; os predicados unários $\texttt{m}, \texttt{e}, \texttt{a}$ como "é mecânico", "é enfermeira" e "é anel"; e os predicados binários $\texttt{l}, \texttt{t}$ como "ama" e "é mais alto que".
   a) Cathy é mecânica.
   b) Bob é mecânico.
   c) Cathy e Bob são mecânicos.
   d) Ou Cathy ou Bob são mecânicos.
   e) Cathy é mecânica ou enfermeira (ou ambos).
   f) Se Cathy é mecânica então ela não é enfermeira.
   g) Cathy é mais alta que Bob.
   h) Bob ama Cathy.
   i) Bob ama a si próprio.
   j) Bob ama qualquer pessoa.
   k) Qualquer pessoa ama Bob.
   l) Qualquer pessoa ama a si mesma.
   m) Existe alguém que Cathy não ama.
   n) Existe alguém que tanto Bob como Cathy amam.
   o) Existe alguém que Bob ama e alguém que Cathy ama.
   p) Todo mundo ama todo mundo.
   q) Se Bob ama a si próprio, então ele ama alguma pessoa.
   r) Se Bob não ama a si próprio, então ele ama ninguém.
   s) Para quaisquer três objetos, se o primeiro é mais alto que o segundo e o segundo é mais alto que o terceiro, então o primeiro é mais alto que o terceiro.

   [exercício de Nold e Rohatyn (1991, p. 245)]

2. Dada a seguinte fórmula $\forall_x \exists_y \texttt{ama}(x, y)$ qual das seguintes sentenças em linguagem natural ela representa, considerando que $\texttt{ama}(x, y)$ representa que x ama y?
   a) Alguém ama a todos.
   b) Todos amam alguém.
   c) Ninguém ama a todos.
   d) Há alguém que todos amam.
   e) Nenhuma das anteriores.

   [questão do PosComp]

3. Considerando que o universo de discurso das fórmulas abaixo é um conjunto de 10 pessoas, preencha na segunda coluna a quantidade de pessoas que podem ser bonitas caso a fórmula da primeira coluna seja verdadeira.

Fórmula	*Qtd pessoas bonitas*
$\forall_x \texttt{bonito}(x)$	
$\forall_x \neg\texttt{bonito}(x)$	
$\exists_x \texttt{bonito}(x)$	
$\exists_x \neg\texttt{bonito}(x)$	
$\neg\exists_x \texttt{bonito}(x)$	
$\neg\forall_x \texttt{bonito}(x)$	

4. Formalize as seguintes frases interpretando o predicado $\texttt{c}$ como "está chovendo" e os predicados unários $\texttt{r}, \texttt{v}, \texttt{s}$ como sendo respectivamente "é uma rã", "é verde" e "é saltitante".
   a) Todas as rãs são verdes.
   b) Nenhuma rã é verde.
   c) Algumas rãs são verdes.
   d) Algumas rãs não são verdes.
   e) Toda coisa é uma rã.
   f) Alguma coisa é uma rã.
   g) Nem toda coisa é uma rã.

h) Existem rãs verdes.
i) Qualquer coisa é uma rã verde.
j) Está chovendo e algumas rãs estão saltitantes.
k) Se está chovendo, então todas as rãs estão saltitantes.
l) Algumas coisas são verdes e algumas não são.
m) Qualquer coisa ou é uma rã ou não é uma rã.
n) Somente rãs são verdes.
o) Todas as rãs verdes estão saltitando.
p) Se nada é verde, então não existem rãs verdes.

[exercício de Nold e Rohatyn (1991, p. 242)]

5. Considerando o exemplo do Wumpus World visto em sala, escreva fórmulas em lógica de predicado que represente as seguintes regras:

   a) Se tem fedor em uma posição, as posições ao lado podem ter o Wumpus.
   b) Se não tem fedor em uma posição, as posições ao lado não têm o Wumpus.
   c) Se tem brisa em uma posição, as posições ao lado podem ter um precipício.
   d) Se não tem brisa em uma posição, as posições ao lado não têm precipício.

6. Considerando as seguintes constantes:

   - a: Alice
   - b: Beto

   o seguinte predicado 0-ário:

   - `c`: chove

   os seguintes predicados unários:

   - `fam`: famoso
   - `amb`: ambicioso
   - `hum`: humano

   o seguintes predicado binário:

   - `gosta`: ... gosta de ...

   construa uma prova para cada uma das seguintes formas:

   a) $\forall_x \, \texttt{fam}(x) \vdash \texttt{fam}(a) \land (\texttt{fam}(b) \land (\texttt{fam}(c) \land \texttt{fam}(d)))$
   b) $\forall_x \, \texttt{fam}(x) \lor \texttt{hum}(x), \neg\texttt{fam}(a) \vdash \texttt{hum}(a)$
   c) $\neg\texttt{fam}(a) \vdash \neg\forall_x \, \texttt{fam}(x) \land \texttt{hum}(x)$
   d) $\forall_x \, \texttt{fam}(x) \leftrightarrow \texttt{c}, \texttt{c} \vdash \texttt{fam}(a)$
   e) $\forall_x \, \neg\texttt{fam}(x) \lor \neg\texttt{hum}(x) \vdash \neg(\texttt{fam}(a) \land \texttt{hum}(a))$
   f) $\forall_x \, \texttt{fam}(x) \to \texttt{hum}(x) \vdash \forall_x \, \neg\texttt{hum}(x) \to \neg\texttt{fam}(x)$
   g) $\forall_x \, \texttt{fam}(x) \to \texttt{hum}(x) \vdash (\forall_x \, \neg\texttt{hum}(x)) \to (\forall_x \, \neg\texttt{fam}(x))$
   h) $\forall_x \forall_y \, \texttt{gosta}(x, y) \vdash \forall_x \, \texttt{gosta}(x, x)$
   i) $\forall_x \, \texttt{fam}(x) \vdash (\forall_x \, \texttt{hum}(x)) \to (\forall_x \, \texttt{fam}(x) \land \texttt{hum}(x))$
   j) $\forall_x \forall_y \, \texttt{gosta}(x, y) \to \neg\texttt{gosta}(y, x) \vdash \forall_x \neg\texttt{gosta}(x, x)$
   k) $\forall_x \, \texttt{fam}(x) \vdash \exists_x \, \texttt{fam}(x)$
   l) $\neg\exists_x \, \texttt{fam}(x) \vdash \neg\texttt{fam}(a)$
   m) $\exists_x \, \neg\texttt{fam}(x) \vdash \neg\forall_x \, \texttt{fam}(x)$

   [exercício de Nold e Rohatyn (1991, p. 326)]

Referências

NOLD, J.; ROHATYN, D. *Lógica*. São Paulo: McGraw-Hill, 1991.